

78期 数学コンテスト (第9回 Final)

2021 3学期
桐朋中学数学科 78期

1つ正解するごとに1個スタンプを押します。コンテスト実施期間は、
2021年1/26(火)～2/16(火)の約3週間です。入試休みなどを利用して解答してください。

学年で一番多くスタンプを集められた挑戦者(及び頑張った生徒)を表彰します。
期間中何度でも提出できます。提出者は中学教員室千馬まで。

注意事項

- ①出題範囲は中学3年生2学期の学習範囲までです。未習の範囲を必要とする出題はこれまでと同様、一切出題していません
- ②なお、全ての問題は紙と鉛筆のみで解くことができますが、電卓やPCを使用しても構いません。

7つのスタンプを集めよう

Q1 新年と順列	Q2 面積	Q3 階乗虫喰い	Q4 計算問題
Q5 新年と回文数	Q6 ピタゴラス	Q7 4つの素数	

3年__組 __番 氏名_____

●Q1 新年と順列

$${}_{n-1}P_{r-2} \times 2021 = {}_n P_r$$

を満たす自然数 $n, r (n > r)$ を求めよ

●Q2 面積

右の図で、

$$\angle B = \angle D = \angle F = \angle H = \angle J = 120^\circ,$$

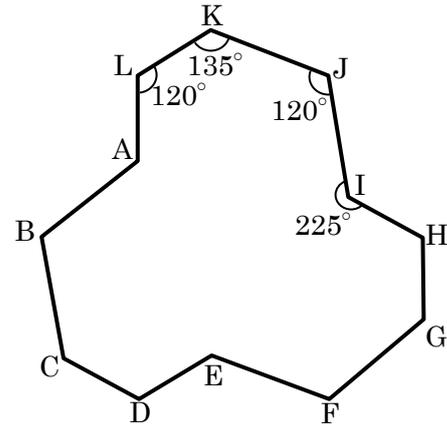
$$\angle C = \angle G = \angle K = 135^\circ,$$

$$\angle A = \angle E = \angle I = 225^\circ$$

$$AB = BC = EF = FG = IJ = JK = \sqrt{3} - 1,$$

$$CD = DE = GH = HI = KL = LA = \sqrt{2} \text{ である。}$$

この図形の面積を求めよ。



●Q3 階乗虫食い

次の虫食い算の空所を補え。

ただし、□には1桁の整数（0， 1， 2， …， 9）が当てはまり、同じ数は何度使ってもよい。

また、右辺は「(2桁の数)！」という意味です。念のため。

$$\square! \times \square! = \square \square!$$

●Q4 計算問題

$$12! \times 10! + 11! \times 9! + 10! \times 8! + 9! \times 7! + 8! \times 6! + 7! \times 5! \\ - 11^3 \times 10! \times 9! - 9^3 \times 8! \times 7! - 7^3 \times 6! \times 5!$$

を計算せよ。

●Q5 新年と回文数

101 や 7887 や 22 のように右から読んでも左から読んでも同じ数のことを**回文数**と呼ぶ。
2つの数

$$n, n + 2021$$

がどちらも回文数となるような最小の自然数 n を求めよ。

●Q6 ピタゴラス

辺の長さが互いに異なる11個の直角三角形がある。

これらの直角三角形の辺の長さ(33個)をすべて書き並べ、さらに無関係な1つの数字を書き添え、34個の数字を小さい順に書き並べたところ、以下のようになった：

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12,
13, 14, 15, 16, 20, 21, 24, 25, 29, 30,
34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 48, 50,
60, 61, 84, 85

書き添えられた無関係な数字1つはどれか。

●Q7 4つの素数

互いに異なる4個の数 p, q, r, s はすべて 3以上の素数であり、以下の等式を満たしている：

$$pqr + pq + qr + rp + p + q + r - 16s - 7 = 0$$

このとき、 s の値として考えられる最も小さな数は何か。

必要に応じて、以下の素数表を利用しても構わない。

【2桁以下の素数】

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 ■

【3桁の素数】

101 103 107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167 173 179 181 191 193
197 199 211 223 227 229 233 239 241 251 257 263 269 271 277 281 283 293 307
311 313 317 331 337 347 349 353 359 367 373 379 383 389 397 401 409 419 421
431 433 439 443 449 457 461 463 467 479 487 491 499 503 509 521 523 541 547
557 563 569 571 577 587 593 599 601 607 613 617 619 631 641 643 647 653 659
661 673 677 683 691 701 709 719 727 733 739 743 751 757 761 769 773 787 797
809 811 821 823 827 829 839 853 857 859 863 877 881 883 887 907 911 919 929
937 941 947 953 967 971 977 983 991 997 ■