

78期 数学コンテスト (第8回)

2020 2学期
桐朋中学数学科 78期

1つ正解するごとに1個スタンプを押します。コンテスト実施期間は、

2020年11/2(月)～11/21(土)の約3週間です。

学年で一番多くスタンプを集められた挑戦者(及び頑張った生徒)を表彰します。

期間中何度でも提出できます。

注意事項

①出題範囲は中学3年生2学期現在の学習範囲までです。未習の範囲を必要とする出題はこれまでと同様、一切出題していません

②なお、全ての問題は紙と鉛筆のみで解くことができますが、電卓やPCを使用しても構いません。

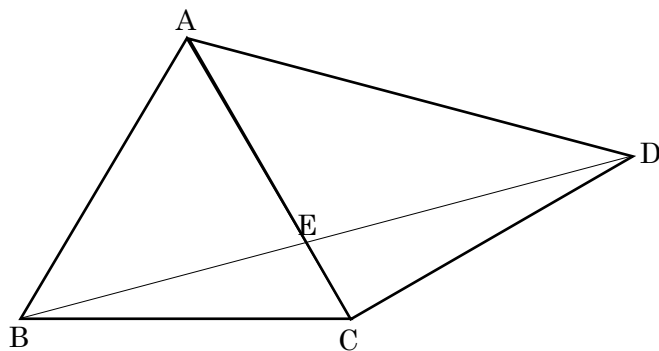
7つのスタンプを集めよう

Q1 正三角形と 直角2等辺三角形	Q2 Cab	Q3 領域	Q4 建設会社
Q5 根号地獄	Q6 4次関数	Q7 死の迷路	

3年__組 __番 氏名_____

●Q1 正三角形と直角2等辺三角形

下の図は、正三角形 ABC と、 $\angle ACD=90^\circ$ の2等辺三角形 ACD を辺 AC で貼り合わせたものです。 BD と AC の交点を点 E とするとき、辺 ED の長さは辺 EA の長さの何倍か。



●Q2 Cab

ある自然数 N は、異なる 4 つの自然数 a, b, c, d を用いて、

$$N = a^3 + b^3$$

とも、

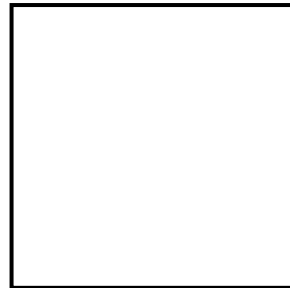
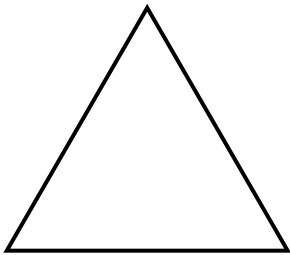
$$N = c^3 - d^3$$

とも表現されるという。

このような自然数 N のうち、最も小さなものを求めよ。(ヒント：答えは 2 桁の数です)

●Q3 領域

下の図のように1辺の長さが1の正方形と1辺の長さが1の正三角形があり、両者は十分離れています。正方形の内部(周を含む)を点Pが、正三角形の内部(周を含む)を点Qが自由に動きます。このとき、線分PQの中点Mも連動して動きますが、この点Mの描く図形の面積を求めなさい。



●Q4 建設会社

東京都国立市にある TOHO 建設では、以下の3種類の仕事を受注している。

	所要作業員数	所要日数
建設作業 A	5 人	4 日
建設作業 B	4 人	5 日
建設作業 C	2 人	1 日
建設作業 D	1 人	6 日
建設作業 E	1 人	1 日

TOHO 建設の社内規定は以下の通りである。

- <規定①> 作業員は一度作業に取り掛かると所要日数間、その作業を中断することなく働くこと。
- <規定②> 仕事は関東近郊に出向いて行うことが多いため、作業員は仕事を始めたら、完成まで同じメンバーで行う。
- <規定③> 仕事がない人は国立本社で待機し、待機中は働かなくてよい。
- <規定④> いずれの作業も増援は認めず、表に記載の通りの人数ぴったりではじめる。
- <規定⑤> 安全第一

例えば、仕事 A ははじめから終わりまで同じ 5 人のグループで 4 日間で行うことになる。

- (1) 作業員 7 人が 10 日間で建設作業 A を 2 件、建設作業 D を 1 件請け負う。

この期間中に建設作業 C はあと何件請け負うことができるか。

- (2) 作業員 n 人が m 日間で建設作業 A, B のみをいくつか行った。

この期間中に建設作業 E はあとちょうど 3 件請け負うことが可能であったという。

行った建設作業 A と B の件数の和のうち、考えられる最も小さな数を答えよ。

(答) (1)

(2)

※Q4 は(1)(2)ともに正解した場合に正解判定になります。

●Q5 根号地獄

$$\sqrt{10 + \sqrt{78} + \sqrt{13} + \sqrt{6}} - \sqrt{10 - \sqrt{78} + \sqrt{13} - \sqrt{6}}$$

を計算せよ。

●Q6 4次関数

4次関数

$$f(x) = (x+1)(x+2)(x+4)(x+5) + (x-1)(x-2)(x+7)(x+8)$$

について,

$$-3 \leq x \leq 3$$

における $f(x)$ の最大値とそれを与える x の値を求めよ。

※なお、この問題を解く上で、微分などの進んだ知識は必要なく、既習範囲の中で解けます。

●Q7 死の迷宮



探検家のキリノトモロウ氏は、伝説の迷宮にたどり着いた。迷宮の床のタイルには魔法のかかった数字が書いてあり、危険な感じがする。入口には次のような注意書きがあった。

『7つの入口のいずれかから入り、7つの出口のいずれかから出よ。出られたものには永遠の命が与えられる。ただし、出口から出るときに、踏んだ魔法のタイルの合計値がちょうど78の倍数になっていなければ、その者は灰と化すであろう。迷宮内は前後左右に進めるが、斜めに進むことはできない。遠回りをしても構わぬが、同じタイルを2度踏むと呪いで死ぬ。注意せよ。』

永遠の命を手に入れることのできる道筋が存在する入口と出口の組み合わせがたった1つだけある。その組み合わせを答えよ。なお、キリノ氏のリュックには電卓が入っているが、使っても使わなくても構わない。



出口 (H~Nのいずれかから抜けよ)

H	I	J	K	L	M	N						
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑						
2	-148	19	-159	395	88	562						
237	243	-136	-76	-224	-76	97						
-163	144	216	87	-2	238	226						
-2328	-792	12	-1728	-1158	-3678	90	1002	1026	-1728	-3732	3186	1884
612	3834	2406	-3654	-2586	246	2874	3834	-3600	3756	-402	1494	-1650
-3732	1470	870	690	-2406	1470	-612	-2586	-3108	-1884	-2640	1938	870
1704	-768	-2820	3600	3030	3912	690	3288	378	-1860	-870	-378	2094
-2484	2562	3834	-1104	-2874	-3522	-182	3342	1884	3420	2352	-2820	-1782
1002	-1938	690	-534	3498	3366	-1962	2352	-2430	-612	-2898	2742	-3912
90	2796	3756	-324	-1470	1002	324	3108	2196	-558	12	-2664	-1236
1236	-2172	768	-3108	-2976	2274	-2976	-3810	-2352	1338	-2196	-534	1236
169	258	297	471	172	72	-85						
-300	-137	-214	-229	-326	-154	-80						
-77	-342	-149	-306	98	88	88						
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑						
A	B	C	D	E	F	G						

入口 (A~Gのいずれかから入れ)



(答) 入口 から入り、出口 から抜けるルートが存在する